A – LA VISCOSITE DE L'EAU

A.1 Donner, en fonction des données du problème, l'expression du poids et de la poussée d'Archimède subis par le grain de sable.

$$\vec{P} = \rho \frac{4}{3}\pi R^3 g.\vec{u}_z$$
$$\overrightarrow{\pi_a} = -\rho_e \frac{4}{3}\pi R^3 g.\vec{u}_z$$

A.2 Etablir l'équation différentielle vérifiée par v. On introduira $\tau = \frac{2\rho R^2}{9\eta}$ et $\Delta\rho = \rho - \rho_e$
Quelle est la dimension de τ ? Quelle est sa signification physique ?

- syst : grain de sable
- Réf Terrestre supposé galiléen
- 2ème loi de Newton projetée sur $\vec{u}_z$:

$$\rho_e \frac{4}{3}\pi R^3.\frac{dv}{dt} = \rho\frac{4}{3}\pi R^3 g - \rho_e\frac{4}{3}\pi R^3 g - 6\pi\eta R v$$

Soit

$$\tau\frac{dv}{dt} + v = \frac{2R^2}{9\eta} g\Delta\rho$$

avec $\tau = \frac{2\rho R^2}{9\eta}$ et $\Delta\rho = \rho - \rho_e$

$[\tau] = T$: c'est un temps caractéristique des phénomènes transitoires

A.3 On admet qu'après une durée d'environ 5τ, le grain de sable atteint une vitesse limite v_∞ que l'on exprimera en fonction de $R, g, \Delta\rho$ et η .

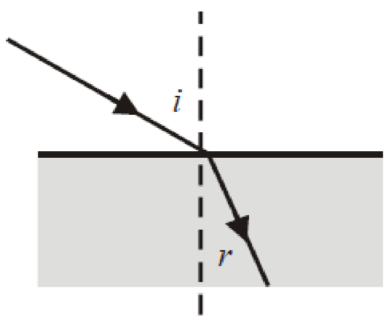
$v_\infty = \frac{2R^2}{9\eta} g\Delta\rho = \frac{0{,}20}{25} = 8.10^{-3}\ m.s^{-1}$
D'où $\eta = \frac{2R^2}{9v_\infty} g\Delta\rho = \frac{2\times 5^2.10^{-10}\times 10\times 1{,}5.10^3}{9\times 8.10^{-3}} = \frac{25}{24}.10^{-3} Pa.s \approx 10^{-3} Pa.s$
On vérifie alors que $\Delta t \gg \tau$:
$\tau = \frac{2\rho R^2}{9\eta} = \frac{2\times 2{,}5.10^3\times 5^2.10^{-10}}{9.10^{-3}} \approx 1{,}25\ ms$ et on a bien $\Delta t = 25\ s \gg \tau$

B – L'INDICE DE REFRACTION DE L'EAU

On notera n l'indice de réfraction de l'eau.
On donne $n = 1{,}33 = \frac{4}{3}$

B.1 D'après la 2ème loi de Descartes relative à la réfraction,

$$\sin(i) = n.\sin(r)$$



B.2
B.2.a.

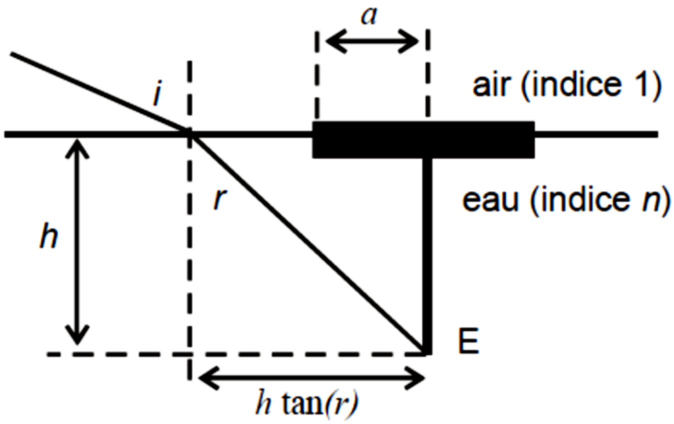
La valeur max de r est obtenue pour $= \frac{\pi}{2}$, soit $r_{max} = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$: Si la longueur h n'est pas trop grande, r peut dépasser cette valeur maximale : on assiste alors à un **phénomène de réflexion totale** et il est impossible de voir l'épingle.

B.2.b

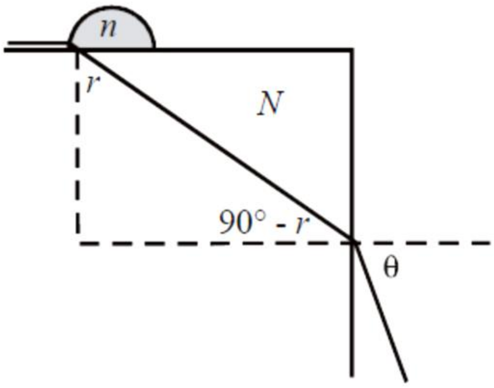
On a donc $\sin(r) < \frac{1}{n}$,

Or, par géométrie, $\tan(r) = \frac{a}{h}$ et $\frac{1}{\tan^2(r)} = \frac{1}{sin^2(r)} - 1$ (donné)

On obtient $h > h_0 = a\sqrt{n^2 - 1} = 3\sqrt{\frac{16}{9} - 1}\ cm = 2{,}7\ cm$



B.3.
B.3.a



B.3.b $n = Nsin(r)$ et $N.sin\left(\frac{\pi}{2} - r\right) = Ncos(r) = \sin(\theta)$.

Comme $sin^2(r) + cos^2(r) = 1$, il vient,

$$\sin(\theta) = \sqrt{N^2 - n^2}$$

B.3.c Au maximum, $n = N$.

C – LA CAPACITE THERMIQUE ET LA CHALEUR LATENTE DE L'EAU

C.1

C.1.a **L**es échanges thermiques vérifient l'équation calorimétrique suivante : $m_1c_e\left(\theta_f-\theta_1\right)+K\left(\theta_f-\theta_1\right)+m_2c_e\left(\theta_f-\theta_2\right)=0$

D'où

$$K=-m_1c_e-m_2c_e\left(\frac{\theta_f-\theta_2}{\theta_f-\theta_1}\right)$$

C.1.b

$$[K]=[m_1c_e]=\frac{[E]}{\theta}$$

$$K=-0{,}2\times 4187\times\left(1+\frac{(29{,}1-40)}{(29{,}1-20)}\right)=166\,J.{}^{\circ}C^{-1}$$

C.1.c **L**es sources d'erreurs sont imputables aux mesures de volumes et de températures, soit :

- Pour la mesure de volume, $\frac{\Delta V}{V}\sim\frac{2\,mL}{200\,mL}=1\%$
- Pour la mesure de température, $\frac{\Delta\theta}{\theta}\sim\frac{0{,}1\,°C}{20\,°C}=0{,}5\,\%$

Ainsi, l'incertitude de mesure associée au protocole est de l'ordre de ''quelques %'' (supérieure à 1%)

L'écart relatif sur la mesure de K est $\frac{166-150}{150}=\frac{16}{150}\sim 10\%$: l'écart est supérieur à l'incertitude estimée, la mesure n'est pas acceptable. Il faudrait tenir compte des fuites thermiques.

C.2

C.2.a **L**'équation calorimétrique s'écrit ici **:** $m_3L+m_3c_e\left(\theta_f-\theta_3\right)+\left(m_1c_e+K\right)\left(\theta_f-\theta_1\right)=0$

Soit

$$L=-c_e\left(\theta_f-\theta_3\right)-\frac{m_1c_e+K}{m_3}\left(\theta_f-\theta_1\right)$$

C.2.b $[L]=\left[c_e\left(\theta_f-\theta_3\right)\right]=\frac{[E]}{M}$.

La valeur numérique de L calculée avec les valeurs expérimentales est 328.

C.2.c Les températures sont toujours mesurées à $0{,}1\,°C$ près, les volumes à $2\,mL$ près et la masse de glace à $1g$ près.

Cette fois, $\frac{\Delta m_3}{m_3}=\frac{1}{40}=2{,}5\,\%$

Or, l'écart relatif sur la mesure de L vaut ici $\frac{334-328}{334}=\frac{6}{334}=1{,}8\,\%<2{,}5\,\%$: La mesure est acceptable.